Πανεπιστήμιο Κύπρου
University of Cyprus

Φιλοσοφία και Δομή Νέου Αναλυτικού Προγράμματος Μαθηματικών

Βιβλία Μαθηματικών



Σεπτέμβριος 2026

Πρόγραμμα επιμόρφωσης

7:50 – 9:30	Φιλοσοφία, δομή και αξιοποίηση των νέων διδακτικών εγχειριδίων Δ΄ Τάξης – Μέρος Α
9:30 – 10:00	Διάλειμμα
10:00 – 10: 40	Φιλοσοφία, δομή και αξιοποίηση των νέων διδακτικών εγχειριδίων Δ΄ τάξης – Μέρος Β
10:50 – 11:50	Έρευνα TIMSS 2027
11:50 – 12:00	Διάλειμμα
12:00 – 12:45	Υποστηρικτικό διδακτικό υλικό - Ψηφιακό υλικό (το οποίο εντοπίζεται στον σύνδεσμο: https://dde-erevnes.schools.ac.cy/)

Θέματα

- Νέο Αναλυτικό πρόγραμμα
- Δομή και διάρθρωσης περιεχομένου και διδασκαλίας
  - Κριτήρια διδασκαλίας και αξιολόγησης
- Χαρακτηριστικά Εγχειριδίων
- Προγραμματισμοί και υποστηρικτικό υλικό
- Ενότητα Δ’ τάξης

Προβληματισμοί

Ποιος είναι ο σκοπός της διδασκαλίας των μαθηματικών στην Δ τάξη;

Προβληματισμοί

Πώς Μαθαίνουν οι Μαθητές Μαθηματικά;

Μαθηματική Σκέψη και Παρανοήσεις Μαθητών

Σχεδιασμός Μαθημάτων Μαθηματικών

Διδακτικές Προσεγγίσεις στα Μαθηματικά

Ερωτήσεις και Μαθηματικός Διάλογος

Προβληματισμοί-Τι πρέπει να σκεφτεί ο εκπαιδευτικός;

Πανεπιστήμιο Κύπρου
University of Cyprus

- Ποια προηγούμενη γνώση χρειάζεται ο μαθητής;
- Ποια παρανόηση είναι δυνατό να έχει;
- Ποια αναπαράσταση θα βοηθήσει;
- Ποιο παράδειγμα θα χρησιμοποιήσω;
- Ποια ερώτηση θα κάνω;
- Πώς θα καταλάβω ότι το κατάλαβε;

Προβληματισμοί - Πέντε τρόποι να διδάξουμε την ίδια ιδέα

Πανεπιστήμιο Κύπρου
University of Cyprus

Verbal — με λόγια

Symbolic — με μαθηματικά σύμβολα

Visual — με εικόνα/διάγραμμα

Graphical — με γραφική παράσταση

Contextual — μέσα από πραγματικό πρόβλημα

Φιλοσοφία

Η έμφαση μετατοπίζεται από τη διαδικασία στη μαθηματική σκέψη.

Ο/η μαθητής/ τρια:
Διερευνά μοτίβα
Αναπτύσσει στρατηγικές
Εξηγεί τη σκέψη
Δοκιμάζει νέες ιδέες
Αξιολογεί λύσεις
Τεκμηριώνει ισχυρισμούς
Ακούει και να χρησιμοποιεί διαφορετικές λύσεις
Βρίσκει το λάθος και διορθώνει
Αποκτά εννοιολογική γνώση
Συνδυάζει διαδικασίες και κατανόηση

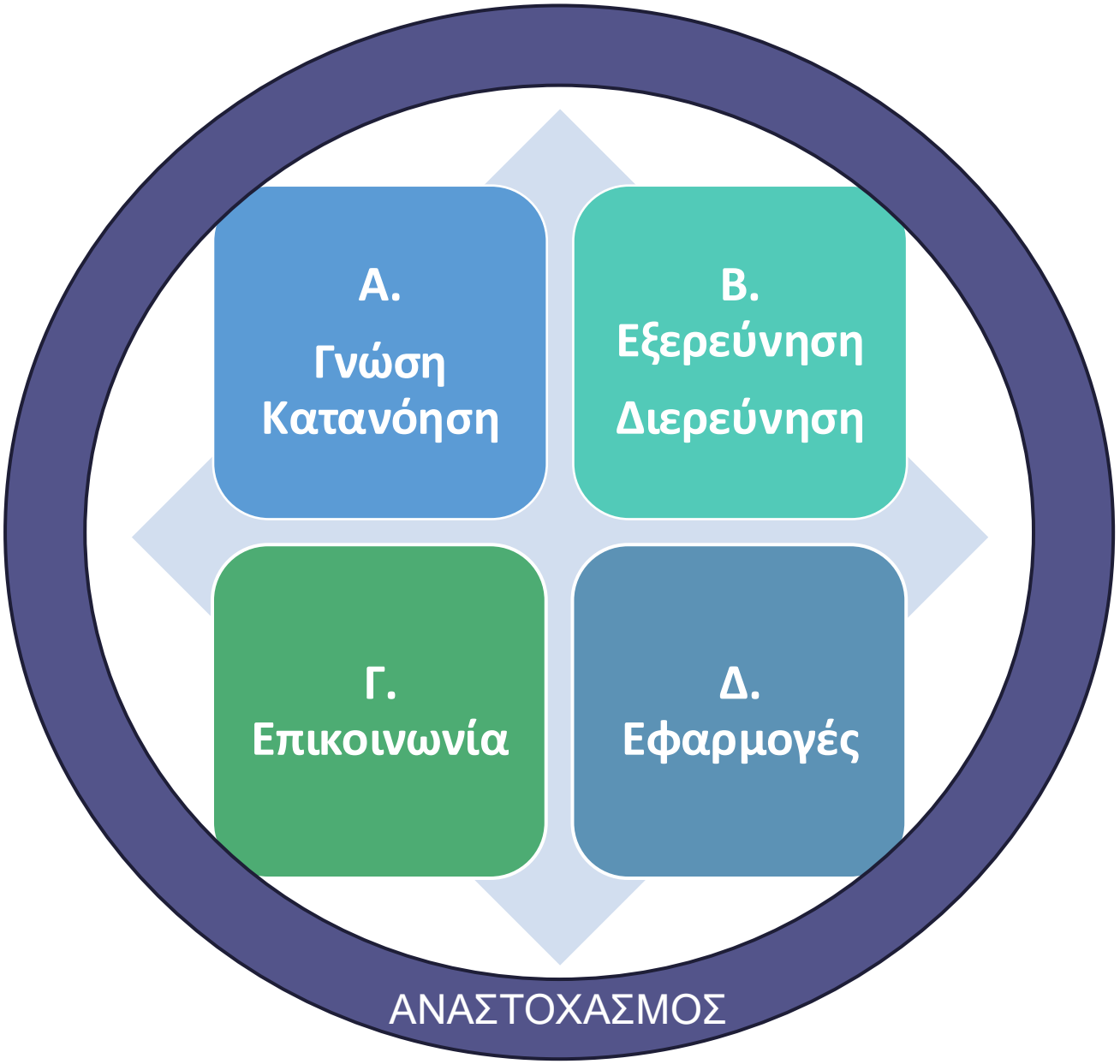
Δεξιότητες

Οι δεξιότητες δεν διδάσκονται ξεχωριστά, αλλά ενσωματώνονται στη μαθησιακή διαδικασία:

1. **Δεξιότητες σκέψης** (κριτική σκέψη, δημιουργική σκέψη, ηθική σκέψη)
2. **Δεξιότητες έρευνας** (σύγκριση, αντιπαραβολή, ιεράρχηση πληροφοριών)
3. **Δεξιότητες επικοινωνίας** (γραπτή και προφορική επικοινωνία, διατύπωση επιχειρημάτων)
4. **Κοινωνικές δεξιότητες** (σύγχρονα προβλήματα, δεξιότητες ακρόασης)
5. **Δεξιότητες αυτοδιαχείρισης** (οργανωτικές δεξιότητες - διαχείριση του χρόνου και καθηκόντων/υποχρεώσεων, συναισθηματικές δεξιότητες)

ΔΟΜΗ ΔΙΑΡΘΡΩΣΗΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟΥ ΚΑΙ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

Πανεπιστήμιο Κύπρου
University of Cyprus



Πανεπιστήμιο Κύπρου
University of Cyprus

- Τα Μαθηματικά και εμείς
- Εξερεύνηση
- Διερεύνηση
- Σκέφτομαι
- Παράδειγμα 1
- Δραστηριότητες
- Διαμορφωτική Αξιολόγηση
- Μικρή Επανάληψη
- Σε αυτά τα μαθήματα μελέτησα
- Επιπρόσθετες Δραστηριότητες

- Εφαρμογή
- Επικοινωνία

Τα μαθηματικά στον κόσμο

- **Ανθρώπινες σχέσεις**
- **Ιστορία ανθρωπότητας**
- **Πολιτισμός κουλτούρα**
- **Επιστήμη Τεχνολογία**
- **Περιβάλλον**
- **Οικονομική Ανάπτυξη**

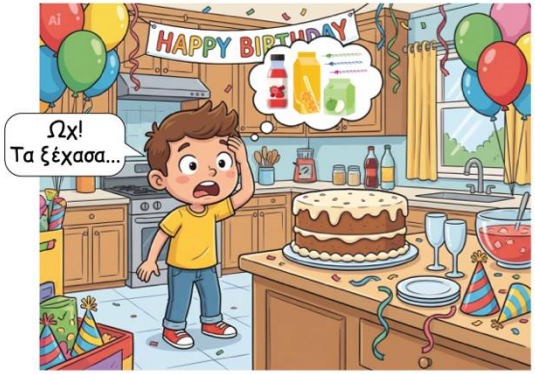
Διαπνέουν την ενότητα:

- ως κίνητρο ενασχόλησης
- για κριτική δημιουργική σκέψη
- για επικοινωνία
- για εφαρμογές

Τα Μαθηματικά και εμείς

Φαντάσου να μπαίνεις στην υπεραγορά, για να ψωνίσεις για το πάρτι των γενεθλίων σου. Πηγαίνεις από διάδρομο σε διάδρομο, γεμίζεις το καρότσι και γυρίζεις σπίτι όλο χαρά. Όταν όμως ανοίγεις τις σακούλες, καταλαβαίνεις ότι ξέχασες να πάρεις χυμούς και κεράκια για την τούρτα!





Αυτό συνέβηκε, γιατί δεν οργανώθηκες σωστά. Αν είχες καταγράψει προηγουμένως τις αγορές σου σε μία λίστα, πιθανόν να μην ξεχνούσες τίποτα!

- Σε ποιες καταστάσεις της καθημερινής ζωής χρειάστηκε να οργανώσεις πληροφορίες ή δεδομένα;

Δ΄ τάξη

Ενότητα 2

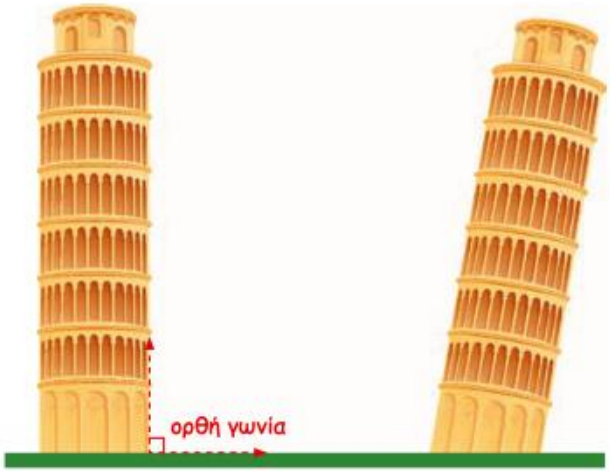
Γραφικές παραστάσεις

Τα Μαθηματικά και εμείς

Ο πύργος της Πίζας είναι ένα πολύ γνωστό κτήριο στην Ιταλία που χτίστηκε το 1173 μ.Χ. Σχεδιάστηκε, ώστε να σχηματίζει **ορθή γωνία** με το έδαφος. Κατά την κατασκευή του, όμως, απέκτησε μία κλίση προς τη μία πλευρά, επειδή το έδαφος ήταν μαλακό και δεν μπορούσε να τον κρατήσει. Αυτό σήμερα κάνει τον πύργο ξεχωριστό και πολλοί άνθρωποι ταξιδεύουν, για να τον δουν.

Ο πύργος στο σχέδιο

Ο πύργος όπως είναι σήμερα



Το να ζει κάποιος μέσα στον Πύργο της Πίζας θα ήταν μια πολύ ξεχωριστή εμπειρία! Η καθημερινή ζωή εκεί, όμως, θα είχε και αρκετές δυσκολίες. Για παράδειγμα, η κλίση του πύργου θα έκανε τους κατοίκους να αισθάνονται ότι βρίσκονται συνεχώς σε έναν γερμένο χώρο, προκαλώντας τους ζάλη και ανισορροπία.

- Να γράψεις και εσύ μία ακόμα δυσκολία.

Δ’ τάξη

Ενότητα 4

Γωνίες

Τα Μαθηματικά και εμείς

Να διαβάσετε τις πιο κάτω πληροφορίες.

Νερό

Λιγότερο από το $\frac{1}{100}$ του συνολικού νερού της γης είναι εύκολα διαθέσιμο για ανθρώπινη χρήση.



Το νερό αυτό βρίσκεται κυρίως σε λίμνες και ποτάμια.

Δάση

Περίπου το $\frac{1}{3}$ της ξηράς της γης καλύπτεται από δάση.



Όταν καίγεται ένα μέρος του δάσους, επηρεάζονται τα ζώα, ο αέρας και το κλίμα.

Σπατάλη τροφίμων

Σχεδόν το $\frac{1}{3}$ της τροφής που παράγεται στον κόσμο χάνεται ή σπαταλιέται κάθε χρόνο.



Την ίδια ώρα που πετιέται τροφή, πολλοί άνθρωποι στον κόσμο δεν έχουν αρκετό φαγητό.

Ενέργεια

Περισσότερα από τα $\frac{4}{5}$ της παγκόσμιας ενέργειας προέρχονται ακόμη από ορυκτά καύσιμα.



Η μεγάλη χρήση ορυκτών καυσίμων αυξάνει τη ρύπανση και συμβάλλει στην κλιματική αλλαγή.

- Πώς μας βοηθούν τα κλάσματα να κατανοήσουμε παγκόσμια προβλήματα, όπως τα πιο πάνω;

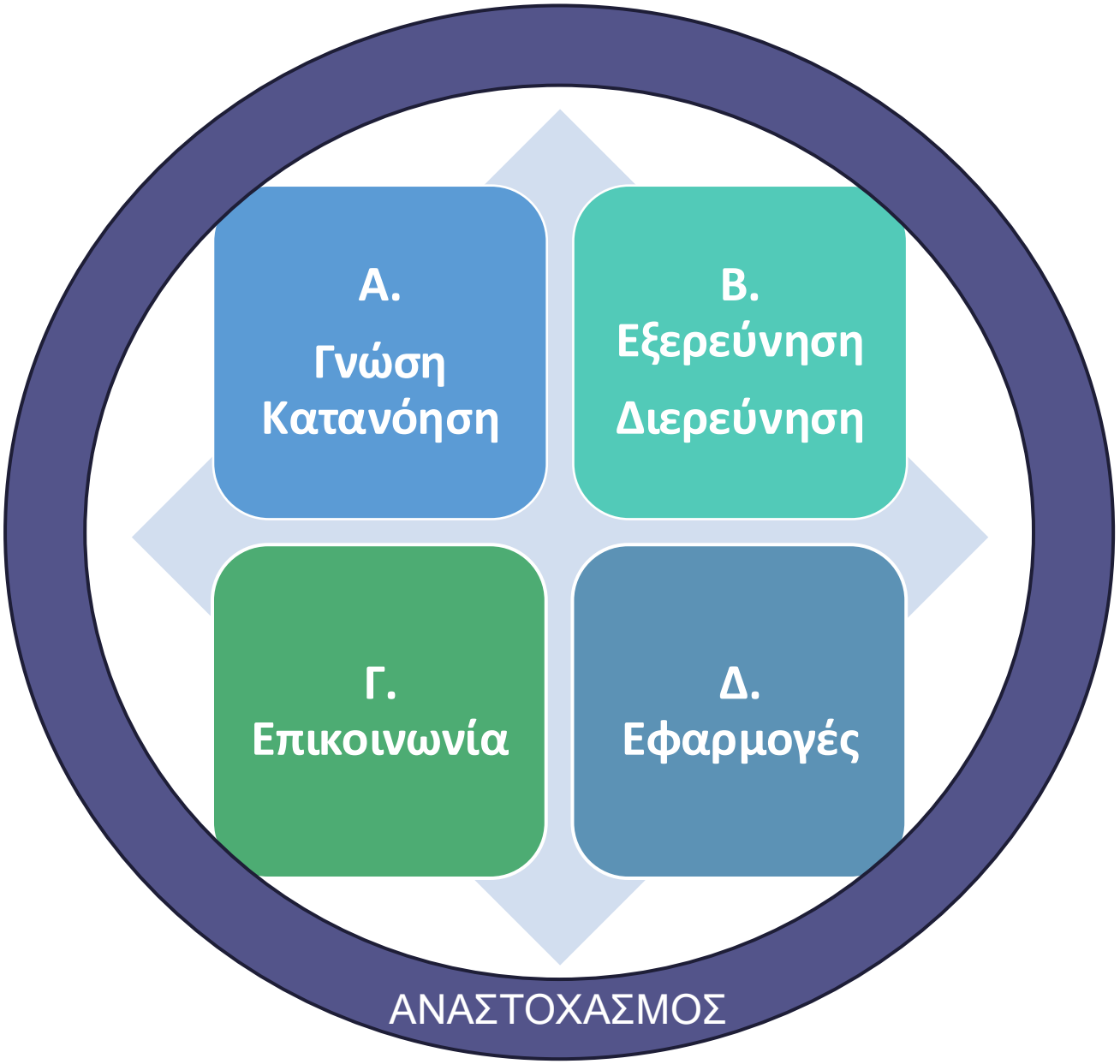
Δ’ τάξη

Ενότητα 6

Κλάσματα

ΔΟΜΗ ΔΙΑΡΘΡΩΣΗΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟΥ ΚΑΙ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

Πανεπιστήμιο Κύπρου
University of Cyprus



Κριτήρια Διδασκαλίας



Α. Γνώση - Κατανόηση

- Οι μαθητές εφαρμόζουν έννοιες και διαδικασίες των μαθηματικών σε γνωστές και άγνωστες καταστάσεις.
- **Επιλέγουν κατάλληλες στρατηγικές**
- Εφαρμόζουν **τη μαθηματική ορολογία**, τα σύμβολα, τη γλώσσα
- Επιλέγουν γενικούς κανόνες και εφαρμόζουν επαγωγική και **παραγωγική σκέψη** στην επίλυση προβλημάτων

(α) Να συμπληρώσεις και να επεξηγήσεις τον τρόπο με τον οποίο εργάστηκες.

A.

Το $\frac{1}{4}$ του 12 είναι 3.

Άρα:

Τα $\frac{2}{4}$ του 12 είναι _____.

Τα $\frac{3}{4}$ του 12 είναι _____.

Τα $\frac{4}{4}$ του 12 είναι _____.

B.

Το $\frac{1}{5}$ του 20 είναι _____.

Άρα:

Τα $\frac{2}{5}$ του 20 είναι _____.

Τα $\frac{3}{5}$ του 20 είναι _____.

Τα $\frac{4}{5}$ του 20 είναι _____.

Τα $\frac{5}{5}$ του 20 είναι _____.

(β) Να περιγράψεις τη διαδικασία, για να υπολογίσεις τα $\frac{5}{6}$ *του* 18.

Γνώση - Κατανόηση

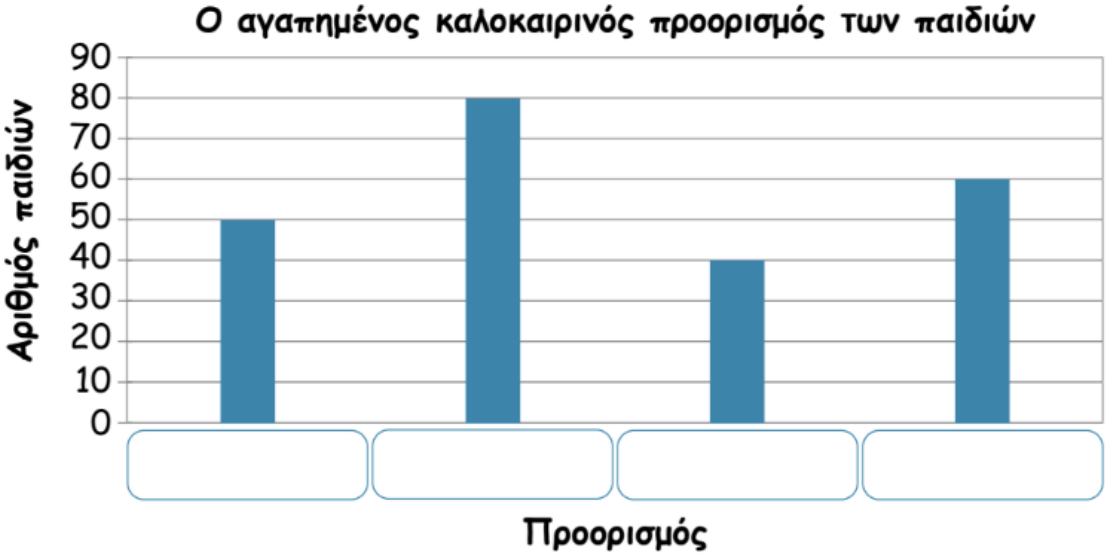
Δ΄ τάξη

Ενότητα 6

Κλάσματα

2. Η πιο κάτω γραφική παράσταση παρουσιάζει τον αγαπημένο καλοκαιρινό προορισμό των παιδιών. Να χρησιμοποιήσεις τις πιο κάτω πληροφορίες, για να συμπληρώσεις τη γραφική παράσταση.

- Τα περισσότερα παιδιά προτιμούν την πισίνα.
- Ο παιχνιδότοπος έχει τις λιγότερες προτιμήσεις.
- Τα παιδιά που προτιμούν τη θάλασσα είναι περισσότερα από τα παιδιά που προτιμούν το βουνό.



Δ΄ τάξη

Ενότητα 2

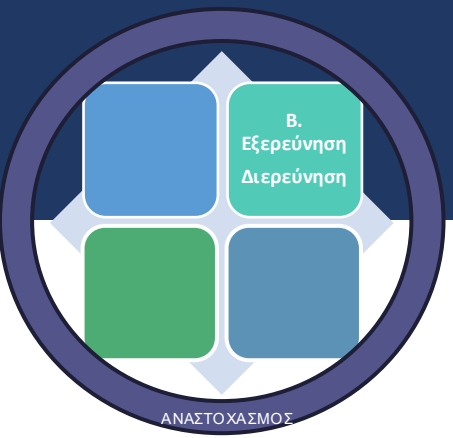
Γραφικές Παραστάσεις

Πανεπιστήμιο Κύπρου
University of Cyprus

- Τα Μαθηματικά και εμείς
- Εξερεύνηση
- Διερεύνηση
- Σκέφτομαι
- Παράδειγμα 1
- Δραστηριότητες
- Διαμορφωτική Αξιολόγηση
- Μικρή Επανάληψη
- Σε αυτά τα μαθήματα μελέτησα
- Επιπρόσθετες Δραστηριότητες

- Εφαρμογή
- Επικοινωνία

Κριτήρια Διδασκαλίας



Β. Εξερεύνηση

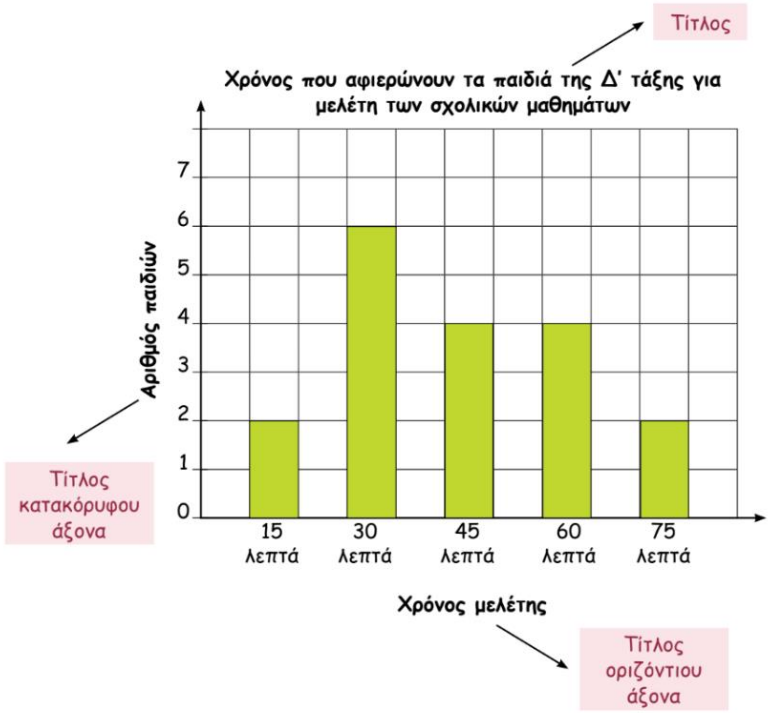
- **Εξερεύνηση** – Περιέργεια – Πρόκληση

Εξερεύνηση

Εξερεύνηση

Όταν θέλουμε να μάθουμε περισσότερα για ένα θέμα που μας ενδιαφέρει, κάνουμε έρευνα. Πρώτα, γράφουμε τις ερωτήσεις που θέλουμε να απαντήσουμε. Μετά, συλλέγουμε δεδομένα, δηλαδή πληροφορίες σχετικές με το θέμα. Όμως, αν αφήσουμε τα δεδομένα ανακατεμένα, δεν θα καταλάβουμε εύκολα τι μας λένε. Έτσι, τα οργανώνουμε σε πίνακες και τα παρουσιάζουμε σε γραφικές παραστάσεις. Με τον τρόπο αυτό, βλέπουμε πιο καθαρά τις απαντήσεις και βγάζουμε σωστά συμπεράσματα.

Τα παιδιά στην τάξη της Ζωής έκαναν μία έρευνα. Τα αποτελέσματα της έρευνας παρουσιάζονται στο πιο κάτω ραβδόγραμμα.



Να εξηγήσεις τη διαδικασία της έρευνας που είναι δυνατόν να ακολούθησαν τα παιδιά, για να καταλήξουν στο πιο πάνω ραβδόγραμμα.

Δ΄ τάξη

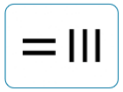
Ενότητα 2

Γραφικές Παραστάσεις

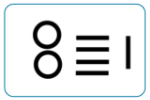
Εξερεύνηση

Εξερεύνηση

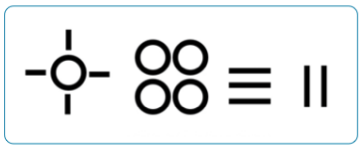
Η Γραμμική Γραφή Β΄ ήταν το σύστημα γραφής και αρίθμησης που χρησιμοποιούσαν οι Μυκηναίοι στην αρχαία Ελλάδα από τον 17ο μέχρι τον 13ο αιώνα π.Χ. Σε αντίθεση με το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης που χρησιμοποιούμε σήμερα, η αναπαράσταση των αριθμών δεν γινόταν με ψηφία, αλλά με ειδικά σύμβολα. Πιο κάτω παρουσιάζονται ορισμένα παραδείγματα.



23



241



1432

(α) Να εξηγήσεις τα σύμβολα που χρησιμοποιούσαν οι Μυκηναίοι, για να αναπαραστήσουν αριθμούς.

(β) Να γράψεις έναν δικό σου αριθμό και να τον αναπαραστήσεις, με βάση τα πιο πάνω σύμβολα.

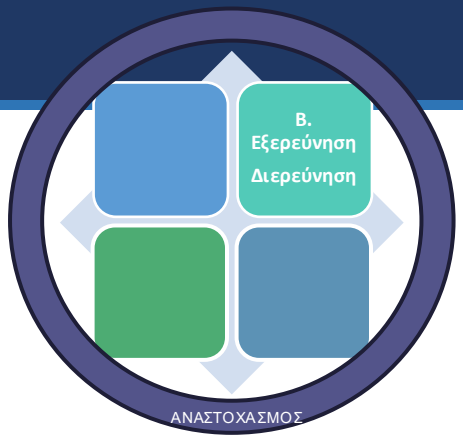


Δ΄ τάξη

Ενότητα 3

Αριθμοί

Κριτήρια Διδασκαλίας



Β. Διερεύνηση

- **Διερεύνηση** – Επέκταση – Εφαρμογή – Δημιουργικότητα – Χρόνος για εργασία μαθητών – Παρέμβαση εκπαιδευτικού **Συμπέρασμα**

Διερεύνηση

Πανεπιστήμιο Κύπρου
University of Cyprus

Διερεύνηση

Αφαίρεση

73 - 40 = 33

Μειωτέος **Διαφορά**

Αφαιρετέος

(α) Να μελετήσεις τις πιο κάτω διαφορές.

45 - 20 = 25 46 - 21 = 25 48 - 23 = 25 50 - 25 = 25		45 - 20 = 25 44 - 19 = 25 40 - 15 = 25 35 - 10 = 25

Να εξηγήσεις, γιατί η διαφορά είναι πάντα ίση με 25. Να γράψεις το συμπέρασμά σου.

(β) Να περιγράψεις τα βήματα που θα ακολουθήσεις, για να υπολογίσεις τη διαφορά 82 - 49, με βάση το συμπέρασμά σου.

Δ΄ τάξη

Ενότητα 3

Αριθμοί

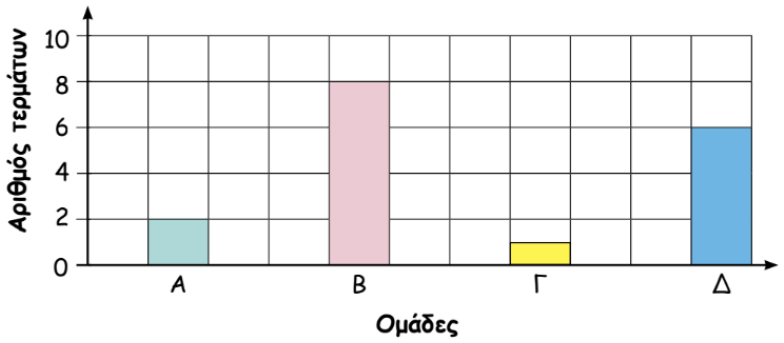
Διερεύνηση

ΜΑΘΗΜΑ 2

Διερεύνηση

Τα παιδιά παρουσίασαν τον αριθμό των τερμάτων που σημείωσαν τέσσερις ομάδες σε μια ποδοσφαιρική διοργάνωση με ένα ραβδόγραμμα και ένα εικονόγραμμα.

Αριθμός τερμάτων σε μια ποδοσφαιρική διοργάνωση



Αριθμός τερμάτων σε μια ποδοσφαιρική διοργάνωση

Ομάδα Α	⚽
Ομάδα Β	⚽ ⚽ ⚽ ⚽
Ομάδα Γ	⚽
Ομάδα Δ	⚽ ⚽ ⚽

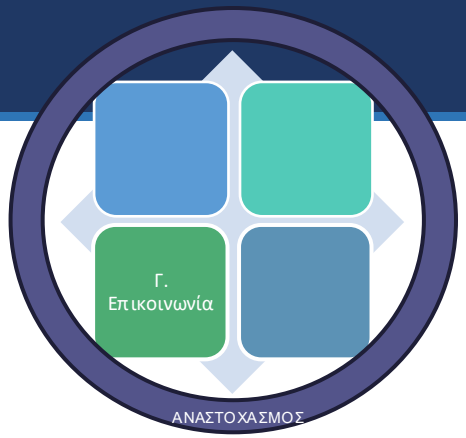
Κάθε ⚽ = 2 τέρματα

Σε τι μοιάζουν και σε τι διαφέρουν οι δύο γραφικές παραστάσεις;

Δ΄ τάξη

Ενότητα 2

Γραφικές Παραστάσεις



Γ. Επικοινωνία

Είναι η ικανότητα των μαθητών να **εκφράζουν, να εξηγούν, να αιτιολογούν και να συζητούν,** χρησιμοποιώντας λόγο, γραπτό κείμενο, σύμβολα, διαγράμματα και μοντέλα.

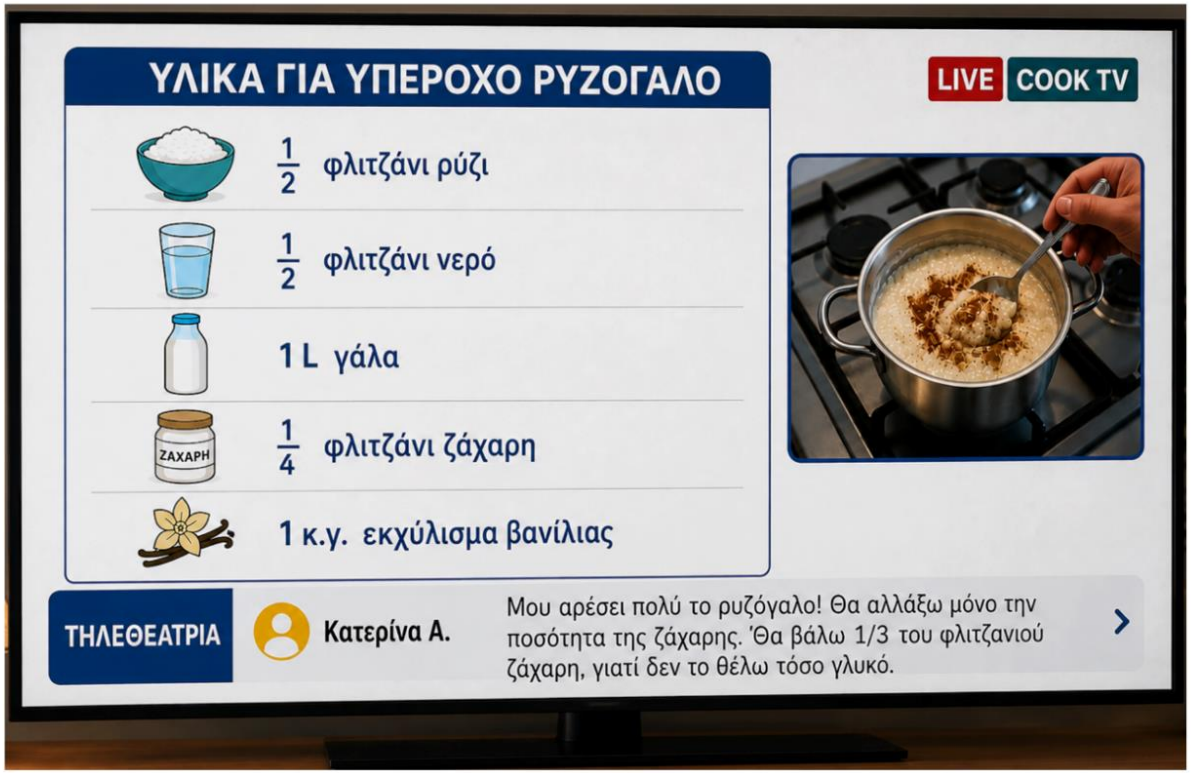
Οι μαθητές/τριες:

- Χρησιμοποιούν σωστή μαθηματική ορολογία.
- Εξηγούν τα βήματα και τις στρατηγικές τους.
- Παρουσιάζουν ιδέες με πίνακες, γραφήματα και διαγράμματα.
- Αιτιολογούν γιατί μια λύση είναι σωστή.
- Συμμετέχουν σε συζητήσεις και επιχειρηματολογούν.

Επικοινωνία

4. Ένας σεφ παρουσιάζει μια εκπομπή μαγειρικής στην τηλεόραση και δείχνει πώς φτιάχνεται το ρυζόγαλο. Καθώς εξηγεί τη συνταγή, τα σχόλια των τηλεθεατών προβάλλονται στην οθόνη της τηλεόρασης.

Επικοινωνία



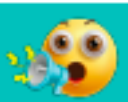
Δ΄ τάξη
Ενότητα 6
Κλάσματα

Συμφωνείς με το σχόλιο της Κατερίνας Α.; Να επεξηγήσεις.

Επικοινωνία

Πανεπιστήμιο Κύπρου
University of Cyprus

4. Να βάλεις σε κύκλο την ισότητα που δεν είναι ορθή και να τη διορθώσεις.

Επικοινωνία 

Α. 78 + 47 = 80 + 45

Β. 78 + 47 = 75 + 50

Γ. 78 + 47 = 80 + 50 - 5

Δ. 78 + 47 = 80 + 49

Δ΄ τάξη

Ενότητα 3

Αριθμοί

Προσθεση και Αφαίρεση

Επικοινωνία

5. Μια επιστημονική ομάδα δοκίμασε ένα νέο εμβόλιο σε 240 άτομα.

Μετά τον εμβολιασμό, τα $\frac{3}{4}$ των ατόμων ανέπτυξαν αντισώματα.

Επικοινωνία



Τρία παιδιά προσπαθούν να εξηγήσουν τα αποτελέσματα της μελέτης, όπως φαίνεται πιο κάτω:

Παιδί Α

Εκατόν ογδόντα άτομα ανέπτυξαν αντισώματα.

Παιδί Β

Εξήντα άτομα ανέπτυξαν αντισώματα.

Παιδί Γ

Δεν μπορούμε να ξέρουμε πόσα άτομα ανέπτυξαν αντισώματα.

Ποιο παιδί έχει δίκιο; Να εξηγήσεις.

Δ' τάξη

Ενότητα 5

Κλάσματα

Κριτήρια Διδασκαλίας



Δ. Εφαρμογές

- Χρησιμοποιούν τα μαθηματικά, για να παίρνουν αποφάσεις.
- Εφαρμόζουν μαθηματικές έννοιες σε νέα πλαίσια.
- Συνδέουν τα μαθηματικά με άλλα γνωστικά αντικείμενα.
- Ελέγχουν κατά πόσο οι λύσεις τους είναι λογικές και χρήσιμες.
- Κατασκευάζουν προβλήματα

Εφαρμογές

Εφαρμογή

Στον ποταμό Τάμεση του Λονδίνου χρησιμοποιείται το πρωτοποριακό, ρομπότ WasteShark. Το ρομπότ αυτό επιπλέει στην επιφάνεια του νερού και μαζεύει σκουπίδια, πλαστικά μπουκάλια και σακούλες.



1 τόνος = 1000 kg

Οι επιστήμονες υπολογίζουν ότι το ρομπότ μαζεύει περίπου 2 τόνους σκουπιδιών μέσα σε μία εβδομάδα. Να υπολογίσεις πόσους τόνους σκουπίδια μαζεύει το ρομπότ.

(α) σε 5 εβδομάδες

(β) σε 50 εβδομάδες

(γ) σε 500 εβδομάδες

Δ' τάξη

Ενότητα 5

Πολλαπλασιασμός επί 10, 100, 1000

Εφαρμογές

Δ’ τάξη

Ενότητα 5

Κλάσματα

Εφαρμογή

6. Κάθε μέρα παράγουμε πολλά απορρίμματα. Όσο περισσότερα απορρίμματα καταλήγουν στις χωματερές, τόσο περισσότερο μολύνεται το περιβάλλον. Η ανακύκλωση, η επαναχρησιμοποίηση και η κομποστοποίηση αποτελούν διαφορετικούς τρόπους, που συμβάλλουν στη μείωση των απορριμμάτων που πετάμε.

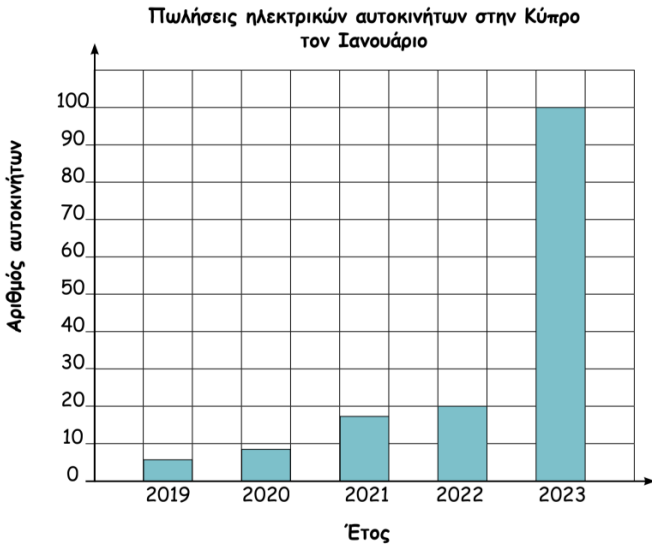
Με βάση τα δεδομένα της Στατιστικής Υπηρεσίας Κύπρου για το 2023, τα $\frac{3}{4}$ των απορριμμάτων κατέληξαν σε χωματερές, τα $\frac{4}{25}$ ανακυκλώθηκαν, το $\frac{1}{25}$ αξιοποιήθηκε για παραγωγή ενέργειας και το $\frac{1}{20}$ κομποστοποιήθηκε.

Να συζητήσεις τα πιο πάνω δεδομένα και να κάνεις εισηγήσεις για καλύτερη διαχείριση των απορριμμάτων.

Εφαρμογές

5. Τα ηλεκτρικά αυτοκίνητα αποτελούν μια πιο φιλική προς το περιβάλλον επιλογή μετακίνησης. Σε σύγκριση με τα συμβατικά αυτοκίνητα, παράγουν λιγότερους ρύπους και συμβάλλουν στη μείωση της ατμοσφαιρικής ρύπανσης. Για τον λόγο αυτό, πολλές χώρες ενθαρρύνουν τη χρήση τους. Η κυπριακή κυβέρνηση αποφάσισε το 2021 να προσφέρει χορηγίες για την αγορά ηλεκτρικών αυτοκινήτων, ώστε περισσότεροι πολίτες να είναι σε θέση να τα αποκτήσουν.

Η πιο κάτω γραφική παράσταση παρουσιάζει τις πωλήσεις ηλεκτρικών αυτοκινήτων στην Κύπρο τον μήνα Ιανουάριο για τα έτη 2019 - 2023.



Να εξηγήσεις κατά πόσο η παροχή χρηματικής χορηγίας βοήθησε στη μείωση των ρύπων.

Εφαρμογές

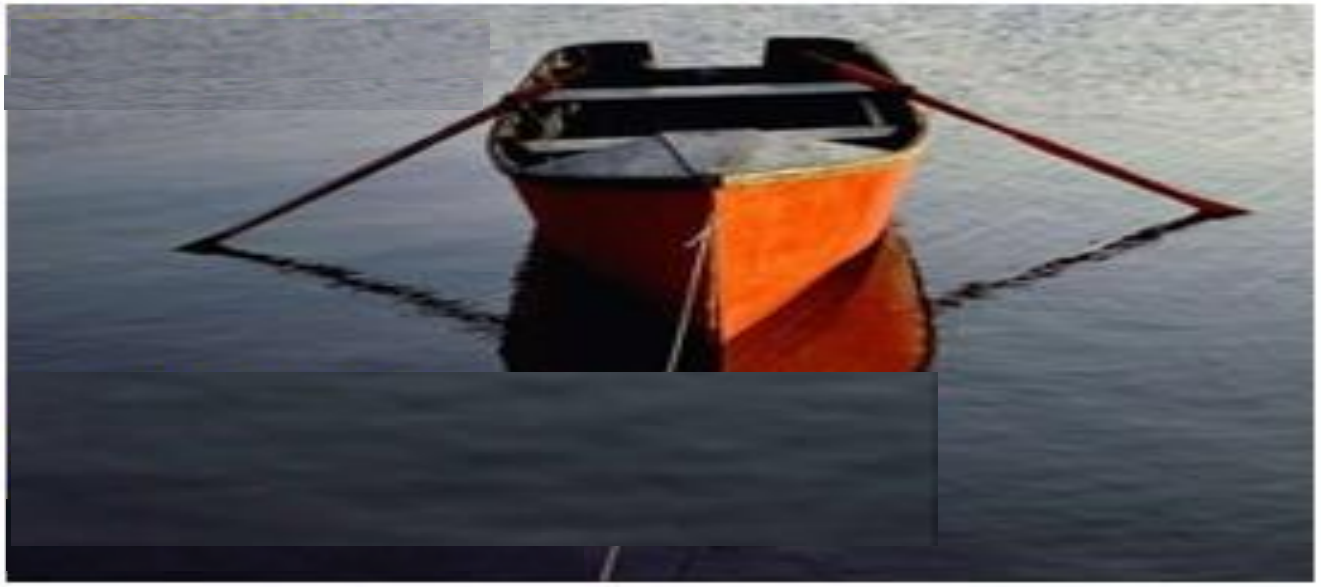
Δ΄ τάξη

Ενότητα 2

Γραφικές Παραστάσεις

Αναστοχασμός

Αναστοχασμός:



Προηγουμένως σκεφτόμουν…

Τώρα σκέφτομαι ότι…

Και αυτό γιατί …

Αναστοχασμός

Γνωριμία με την ανθρώπινη σκέψη

Ανάπτυξη της δεξιότητας για ανάκληση και ανάλυση της γνώσης με βάση τις εμπειρίες που απόκτησε στο μάθημα

Αναστοχασμός

Η συνειδητή διερεύνηση της μαθηματικής σκέψης των μαθητών, των στρατηγικών που χρησιμοποιούν, των λαθών τους και της εξέλιξης της κατανόησής τους.

Ο Αναστοχασμός ως διαδικασία μάθησης

1. **Κατανόηση της μαθησιακής διαδικασίας**

   πώς έλυσαν ένα πρόβλημα, *τι δυσκολίες αντιμετώπισαν* και *πώς τις ξεπέρασαν*.

2. **Ανάπτυξη μαθηματικής γλώσσας και επιχειρηματολογίας**

   εκφράζουν τις μαθηματικές τους σκέψεις με ακρίβεια και σαφήνεια.

3. **Ενίσχυση της αυτορρύθμισης**

   εντοπίζουν τα λάθη τους, αξιολογούν τις επιλογές τους.

4. **Σύνδεση με την πραγματική ζωή**

   αντιλαμβάνονται τη σημασία των μαθηματικών πέρα από την τάξη, ως εργαλείο σκέψης και επίλυσης προβλημάτων

Αναστοχασμός

Σκέφτονται συνειδητά:

- τι έμαθαν **(Γνωστικός αναστοχασμός)**
- πώς το έμαθαν, γιατί λειτούργησε ή δεν λειτούργησε η στρατηγική που χρησιμοποίησαν (**Στρατηγικός αναστοχασμός)**
- πώς είναι δυνατό να βελτιώσουν τη μαθηματική τους σκέψη **(Αναστοχασμός λάθους)**
- πώς συνδέεται η νέα γνώση με προηγούμενες εμπειρίες ή με πραγματικές καταστάσεις **(Μεταγνωστικός αναστοχασμός)**

Αναστοχασμός

- Κατά τη διάρκεια μιας διερεύνησης
- Μετά τις δραστηριότητες ή τη λύση προβλήματος
- Για επέκταση της σκέψης
- Στο τέλος του μαθήματος
- Για εισαγωγή σε επόμενο μάθημα
- Μετά τη διαμορφωτική αξιολόγηση

Αναστοχασμός



Σκέφτομαι

Με βάση όσα έμαθες μέχρι τώρα, να εξηγήσεις γιατί η πιο κάτω ισότητα είναι ορθή.

$$99 + 99 = 200 - 2$$

Δ΄ τάξη

Ενότητα 3

Αριθμοί

Αναστοχασμός



Σκέφτομαι

Ποιο είναι το μεγαλύτερο υπόλοιπο που είναι δυνατόν να προκύψει, όταν ένας αριθμός διαιρεθεί διά 20;

Δ' τάξη

Ενότητα 5

Ατελής διαίρεση

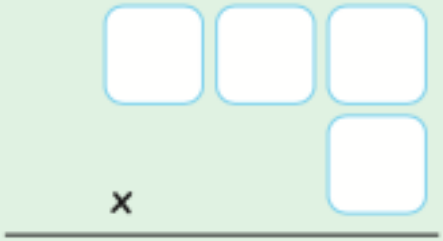
Αναστοχασμός



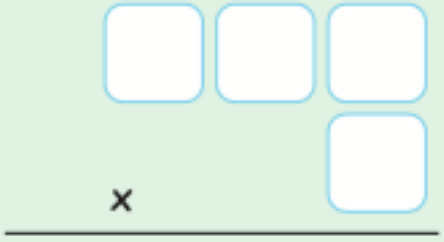
Σκέφτομαι

Να συμπληρώσεις τα ψηφία σε κάθε πράξη πολλαπλασιασμού, ώστε το γινόμενο που θα προκύψει να είναι:

(α) τριψήφιος αριθμός,



(β) τετραψήφιος αριθμός.



Δ' τάξη

Ενότητα 5

Μονοψήφιος πολλαπλασιασμός

Εμφάσεις στα βιβλία Μαθηματικών

Δ' τάξη

- Αξιοποίηση της έννοιας της ισότητας και των ιδιοτήτων των πράξεων για την απλοποίηση υπολογισμών

Ε' τάξη

- Επέκταση της μαθηματικής σκέψης από τους ακέραιους στους ρητούς αριθμούς

Στ' τάξη

- Εφαρμογή παραγωγικού συλλογισμού
- Υπολογιστική σκέψη

Διερεύνηση



Σε αυτό το μάθημα θα κατανοήσουμε πώς η έννοια της ισότητας μάς βοηθά να υπολογίζουμε αθροίσματα, αξιοποιώντας την ιδέα ότι είναι δυνατόν να αντικαθιστούμε τους προσθετέους με άλλους ίσης αξίας. Με αυτή την αλλαγή, βρίσκουμε το άθροισμα πιο γρήγορα.

(α) Να μελετήσεις τον πιο κάτω τρόπο υπολογισμού κάθε αθροίσματος.

Πρόσθεση

5 + 3 = 8

Προσθετέοι

Άθροισμα

$59 + 44 = (59 + 1) + (44 - 1)$
$= 60 + 43$
$= 103$

$98 + 357 = (98 + 2) + (357 - 2)$
$= 100 + 355$
$= 455$

$567 + 295 = (567 - 5) + (295 + 5)$
$= 562 + 300$
$= 862$

Τι παρατηρείς; Να γράψεις το συμπέρασμά σου.

(β) Να περιγράψεις τα βήματα που θα ακολουθήσεις, για να υπολογίσεις το άθροισμα 297 + 145, με βάση τον πιο πάνω τρόπο.

Δ' τάξη

Αξιοποίηση της έννοιας της ισότητας και των ιδιοτήτων των πράξεων για την απλοποίηση υπολογισμών

Ενότητα 3

Αριθμοί

Πανεπιστήμιο Κύπρου
University of Cyprus

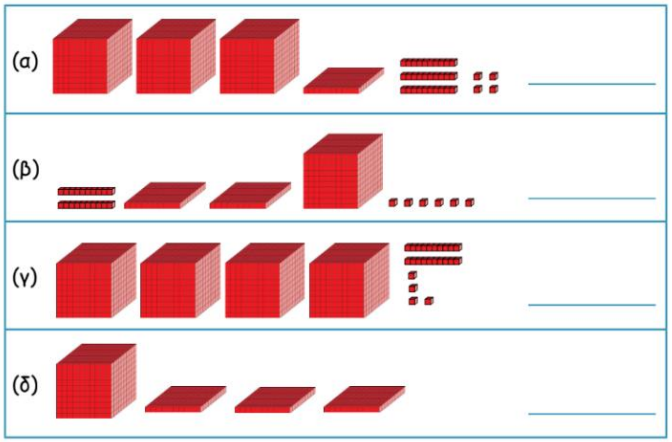
- Τα Μαθηματικά και εμείς
- Εξερεύνηση
- Διερεύνηση
- Σκέφτομαι
- Παράδειγμα 1
- Δραστηριότητες
- Διαμορφωτική Αξιολόγηση
- Μικρή Επανάληψη
- Σε αυτά τα μαθήματα μελέτησα
- Επιπρόσθετες Δραστηριότητες

- Εφαρμογή
- Επικοινωνία

Διαμορφωτική αξιολόγηση

Διαμορφωτική Αξιολόγηση

1 Να γράψεις τον αριθμό.



2 Να βάλεις σε κύκλο την αξία του υπογραμμισμένου ψηφίου σε κάθε περίπτωση.

(α) 8̲48	8000	8	800
(β) 19̲74	700	70	7
(γ) 3̲413	3	300	3000

3 Να συμπληρώσεις με τα σύμβολα < και >.

(α) 321 ___ 3012

(β) 4283 ___ 4238

(γ) 1092 ___ 1920

(δ) 3402 ___ 3399

4 Να συμπληρώσεις τον πίνακα.

	Συμβολική μορφή αριθμού	Λεκτική μορφή αριθμού	Αναλυτική μορφή αριθμού
(α)	8135		
(β)		δύο χιλιάδες εκατόν σαράντα επτά	
(γ)			9000 + 60 + 8

5 Να σχηματίσεις τον αριθμό 6573 με δύο διαφορετικούς τρόπους.

		Χ	Ε	Δ	Μ
Α' τρόπος	6573				
Β' τρόπος	6573				

6 Να σημειώσεις ✔ στις εκφράσεις που εκφράζουν τον αριθμό 3500.

350 δεκάδες ☐	35 μονάδες ☐	35 εκατοντάδες ☐
3500 μονάδες ☐	35 δεκάδες ☐	350 μονάδες ☐

7 Να βρεις τον τετραψήφιο αριθμό που περιγράφει η Μυρτώ.

- Έχει 62 μονάδες.
- Το ψηφίο των εκατοντάδων είναι το μισό του ψηφίου των δεκάδων.
- Το ψηφίο των χιλιάδων είναι τετραπλάσιο από το ψηφίο των μονάδων.



Δ΄ τάξη

Ενότητα 3

Αριθμοί

Πρόσθεση και Αφαίρεση

Περίληψη ενότητας



Δ΄ τάξη

Ενότητα 3

Αριθμοί

Πρόσθεση και αφαίρεση

Επιπρόσθετες Δραστηριότητες

Επιπρόσθετες Δραστηριότητες

Υπολογισμός αθροίσματος και διαφοράς

1 Να υπολογίσεις το αποτέλεσμα.

Α.

(α) 125 + 99= _____

(β) 678 + 398 = _____

(γ) 746 + 119= _____

Β.

(α) 156 - 97 = _____

(β) 834 - 199 = _____

(γ) 700 - 589 = _____

2 Να βάλεις σε κύκλο την ισότητα που δεν είναι ορθή, και να τη διορθώσεις.

Επικοινωνία

Α. 194 - 49 = 195 - 50

Β. 194 - 49 = 190 - 45

Γ. 194 - 49 = 193 - 50

Δ. 194 - 49 = 200 - 50 - 5

3 Να συμπληρώσεις τον αριθμό που λείπει σε κάθε ισότητα, χωρίς να κάνεις τις πράξεις.

(α) 97 + 99 + ☐ = 100 + 100 + 45

(β) 298 + 305 - 99 = 300 + ☐ - 100

Δ΄ τάξη

Ενότητα 3

Αριθμοί

Μικρή Επανάληψη

Μικρή Επανάληψη

1. Να υπολογίσεις κατακόρυφα το αποτέλεσμα.

(α) 456 + 87	(β) 453 + 169	(γ) 749 - 87	(δ) 651 - 283

Δ΄ τάξη

Ενότητα 3

Αριθμοί

Πρόσθεση και Αφαίρεση

Μικρή Επανάληψη

Μικρή Επανάληψη

1. (α) Να υπολογίσεις το γινόμενο.

(i) 3 × 4 = _____ (ii) 5 × 8 = _____ (iii) 9 × 7 = _____

(iv) 10 × 7 = _____ (v) 8 × 4 = _____ (vi) 6 × 5 = _____

(β) Να υπολογίσεις το πηλίκο.

(i) 24 ÷ 6 = _____ (ii) 50 ÷ 5 = _____ (iii) 48 ÷ 8 = _____

(iv) 45 ÷ 9 = _____ (v) 36 ÷ 4 = _____ (vi) 42 ÷ 7 = _____

(γ) Να συμπληρώσεις τον αριθμό που λείπει σε κάθε μαθηματική πρόταση.

(i) 4 × _____ = 32 (ii) _____ × 3 = 24 (iii) _____ × 6 = 54

(iv) 63 ÷ _____ = 9 (v) _____ ÷ 8 = 8 (vi) _____ ÷ 5 = 6

Δ΄ τάξη

Ενότητα 3

Αριθμοί- Πρόσθεση και Αφαίρεση

Αλλαγές στην ύλη της Δ’ τάξης

Παραμένουν

- Έννοια ισότητας και νοεροί υπολογισμοί
- Αισθητοποίηση αριθμών μέχρι τις 10 000
- Πρόσθεση και αφαίρεση μέχρι τις 10 000
- Μονοψήφιος πολλαπλασιασμός και μονοψήφια διαίρεση
- Κλάσμα ως μέρος επιφάνειας, ως μέρος αριθμού, ισοδυναμία κλασμάτων και σύγκριση, πρόσθεση και αφαίρεση ομώνυμων κλασμάτων
- Δεκαδικοί αριθμοί (δέκατα, εκατοστά), πρόσθεση και αφαίρεση δεκαδικών
- Πολύγωνα, γωνίες, τρίγωνα
- Πρίσματα & πυραμίδες, Έδρες-ακμές-κορυφές, ανάπτυγμα κύβου
- Διατεταγμένα ζεύγη, συμμετρία
- Μοτίβα, Επίλυση και κατασκευή προβλήματος
- Μονάδες μέτρησης μήκους, μάζας, χωρητικότητας, χρόνου, Περίμετρος και εμβαδόν ορθογωνίου, έννοια όγκου

Έχουν αφαιρεθεί

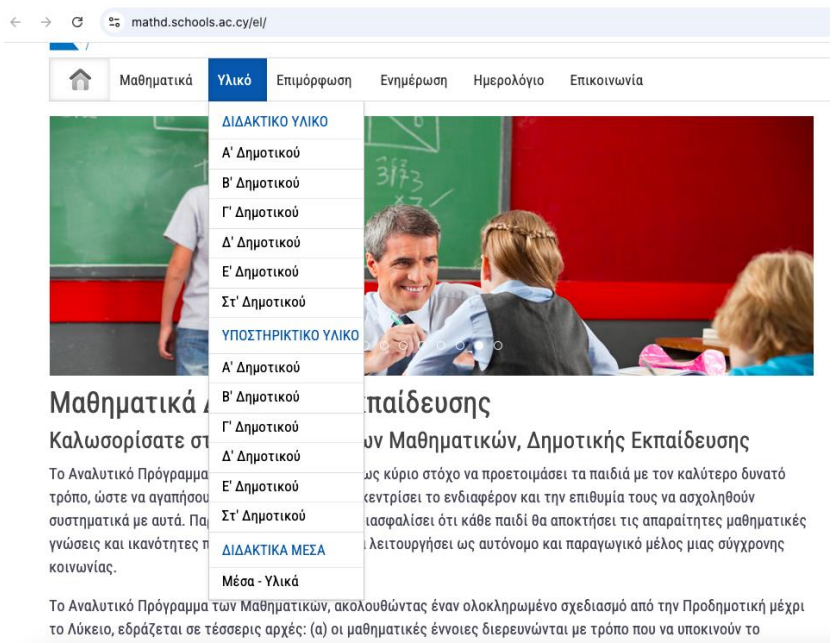
- Αισθητοποίηση αριθμών μέχρι τις 100 000
- Επίλυση και κατασκευή προβλήματος με χρήση διαγραμμάτων
- Μικτοί αριθμοί και καταχρηστικά κλάσματα
- Μετατροπές κλασμάτων, δεκαδικών και μικτών αριθμών
- Διψήφιος πολλαπλασιασμός
- Παραλληλόγραμμα, παράλληλες και κάθετες γραμμές
- Μετασχηματισμοί – Περιστροφή

Προγραμματισμοί και Υποστηρικτικό Υλικό

Προγραμματισμοί και Υποστηρικτικό Υλικό

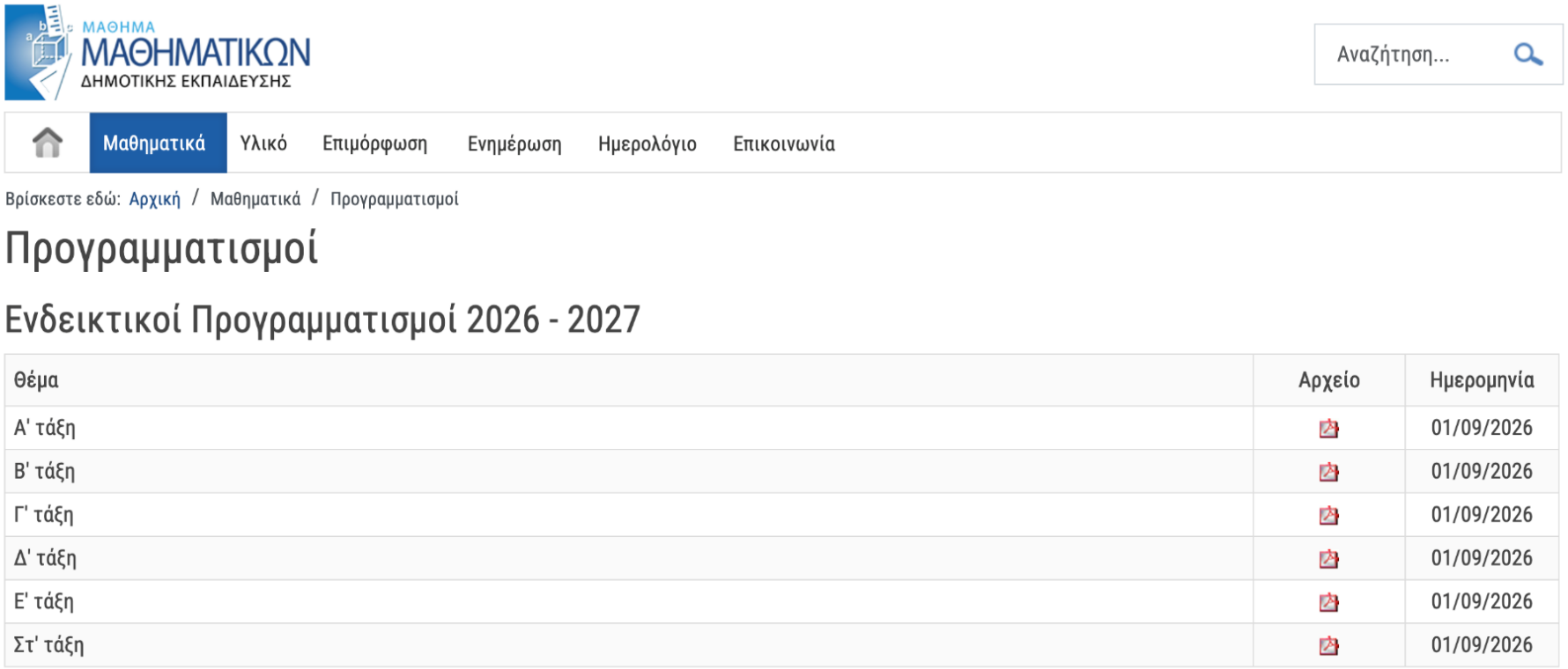
https://mathd.schools.ac.cy/el/





Προγραμματισμοί

https://mathd.schools.ac.cy/el/mathimatika/programmatismoi



ΜΑΘΗΜΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Αναζήτηση...

Μαθηματικά | Υλικό | Επιμόρφωση | Ενημέρωση | Ημερολόγιο | Επικοινωνία

Βρίσκεστε εδώ: Αρχική / Μαθηματικά / Προγραμματισμοί

Προγραμματισμοί

Ενδεικτικοί Προγραμματισμοί 2026 - 2027

Θέμα	Αρχείο	Ημερομηνία
Α' τάξη		01/09/2026
Β' τάξη		01/09/2026
Γ' τάξη		01/09/2026
Δ' τάξη		01/09/2026
Ε' τάξη		01/09/2026
Στ' τάξη		01/09/2026

Προγραμματισμός

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ

ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ - ΜΑΘΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Δ' ΤΑΞΗΣ

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ - ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2026-2027

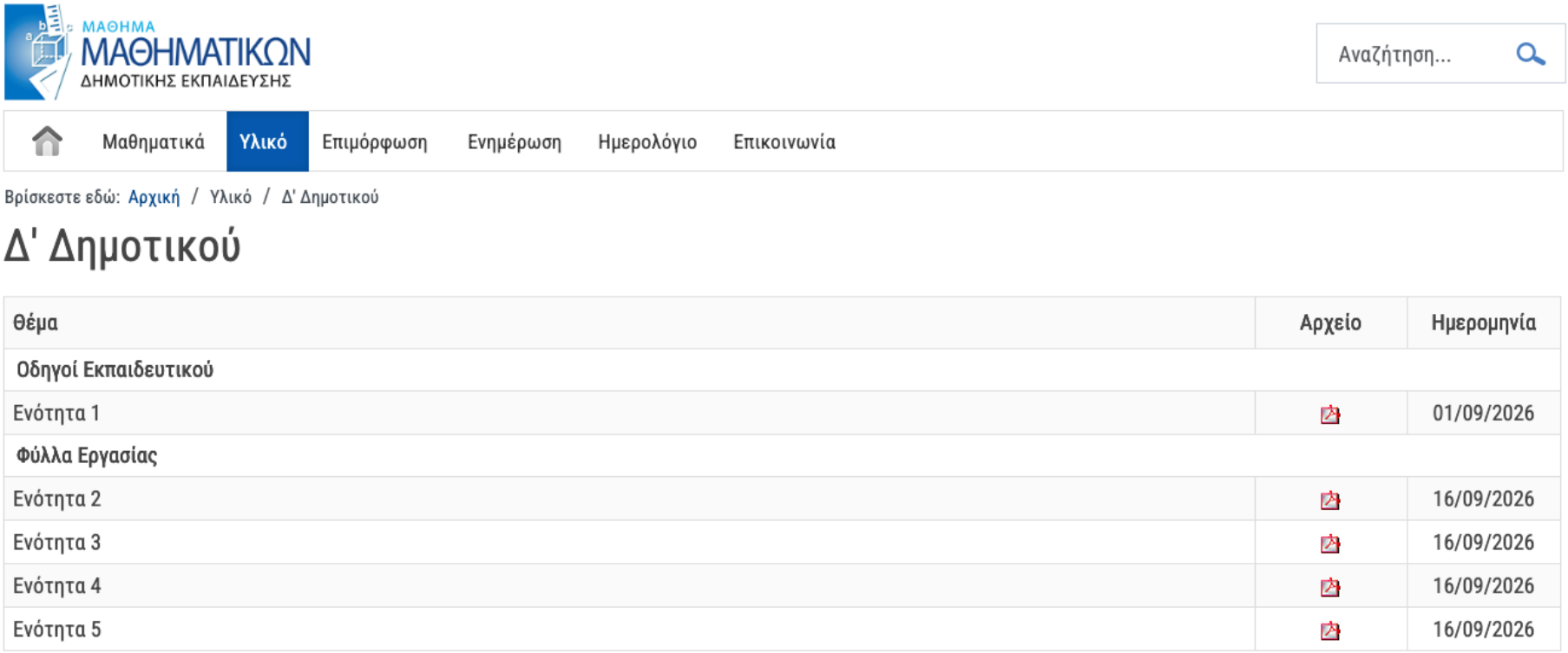
Χρονική Περίοδος	Μέρος	Ενότητα	Τίτλος	Θέματα	Ενδεικτικός αριθμός διδακτικών περιόδων
Α' Τρίμηνο 14/9/26 – 22/12/26	Μέρος 1	1	Επανάληψη	1. Αισθητοποίηση αριθμών μέχρι το 1000 2. Πρόσθεση και αφαίρεση αριθμών μέχρι το 1000 3. Μοτίβα πολλαπλασιασμού – Πολλαπλασιασμός και διαίρεση μέχρι το 1000	14
		2	Γραφικές παραστάσεις	1. Μελέτη ραβδογράμματος 2. Μελέτη εικονογράμματος	7
		3	Αριθμοί – Πρόσθεση και αφαίρεση	1. Έννοια ισότητας - Υπολογισμός αθροίσματος 2. Έννοια ισότητας - Υπολογισμός διαφοράς 3. Αισθητοποίηση αριθμών μέχρι το 10 000 4. Στρογγυλοποίηση αριθμών στην πλησιέστερη δεκάδα, εκατοντάδα, χιλιάδα 5. Κατακόρυφος υπολογισμός αθροίσματος μέχρι το 10 000 6. Κατακόρυφος υπολογισμός διαφοράς μέχρι το 10 000 7. Επίλυση και κατασκευή προβλήματος	28
	Μέρος 2	4	Γεωμετρία - Μέτρηση Ι	1. Είδη γωνιών 2. Πολύγωνα 3. Είδη τριγώνων ως προς τις πλευρές και ως προς τις γωνίες 4. Περίμετρος και εμβαδόν ορθογωνίου	14
ΔΙΑΚΟΠΕΣ ΧΡΙΣΤΟΥΓΕΝΝΩΝ 23/12/26 - 6/1/2027					
Β' Τρίμηνο 7/1/27 – 23/4/27		5	Πολλαπλασιασμός και Διαίρεση	1. Πολλαπλάσια και διαιρέτες 2. Ατελής διαίρεση 3. Πολλαπλασιασμός επί 10, 100, 1000 και διαίρεση διά 10, 100, 1000 – Μονάδες μέτρησης και μετατροπές (μήκος, μάζα, χωρητικότητα, νομισματικό σύστημα) 4. Πολλαπλασιασμός και διαίρεση με πολλαπλάσια του 10 - Μονάδες μέτρησης και μετατροπές (χρόνος) 5. Επιμεριστική ιδιότητα στον πολλαπλασιασμό και στη διαίρεση	32

Προγραμματισμός

				6. Εκτίμηση και υπολογισμός γινομένου – Μονοψήφιος πολλαπλασιασμός 7. Εκτίμηση και υπολογισμός πηλίκου –Μονοψήφια διαίρεση 8. Επίλυση και κατασκευή προβλήματος	
		6	Κλάσματα	1. Έννοια κλάσματος - Κλάσμα ως μέρος επιφάνειας 2. Υπολογισμός κλασματικού μέρους αριθμού – Κυκλική γραφική παράσταση 3. Ισοδύναμα κλάσματα 4. Πρόσθεση και αφαίρεση ομώνυμων κλασμάτων	22
	Μέρος 3	7	Δεκαδικοί αριθμοί	1. Αισθητοποίηση δεκαδικών αριθμών (δέκατα και εκατοστά) 2. Στρογγυλοποίηση δεκαδικών αριθμών 3. Εκτίμηση και υπολογισμός αθροίσματος και διαφοράς δεκαδικών αριθμών	14
ΔΙΑΚΟΠΕΣ ΠΑΣΧΑ **26/4/27 - 7/5/2027**					
Γ' Τρίμηνο **9/5/27 - 16/6/27**		8	Γεωμετρία - Μέτρηση ΙΙ	1. Διατεταγμένα ζεύγη 2. Συμμετρία 3. Παράλληλες και κάθετες γραμμές 4. Πρίσματα και πυραμίδες 5. Έδρες, ακμές, κορυφές 6. Αναπτύγματα στερεών σχημάτων 7. Όγκος	20
		9	Άλγεβρα	1. Μοτίβα 2. Επίλυση και κατασκευή προβλήματος	7
				ΣΥΝΟΛΟ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΠΕΡΙΟΔΩΝ	**158**

Υποστηρικτικό Υλικό - Οδηγοί Εκπαιδευτικού

https://mathd.schools.ac.cy/el/yliko/ypostiriktiko-yliko-d-taxi



Υποστηρικτικό Υλικό – Οδηγοί Εκπαιδευτικού



ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Δ' ΤΑΞΗΣ – ΕΝΟΤΗΤΑ 1

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΝΟΤΗΤΑΣ

Μάθημα	Σελίδες	Θέματα	Ενδεικτικός αριθμός διδακτικών περιόδων
1	7-12	Αισθητοποίηση αριθμών μέχρι το 100: • ανάγνωση, γραφή, αναπαράσταση, • σύγκριση και σειροθέτηση, • ανάλυση και σύνθεση.	4
2	13-19	Πρόσθεση και αφαίρεση μέχρι το 1000: • στρατηγικές νοερών υπολογισμών πρόσθεσης και αφαίρεσης, • κατακόρυφοι αλγόριθμοι πρόσθεσης και αφαίρεσης, • επίλυση προβλημάτων αθροιστικής δομής.	5
3	20-23	Πολλαπλασιασμός και διαίρεση μέχρι το 100: • μοτίβα πολλαπλασιασμού, • διαίρεση ως αντίστροφη πράξη του πολλαπλασιασμού, • επίλυση προβλημάτων πολλαπλασιαστικής δομής	5
Συνολικός αριθμός διδακτικών περιόδων ενότητας			**14**

Παράδειγμα Ενότητας

Δ’ τάξη
Ενότητα 3
Αριθμοί - Πρόσθεση και Αφαίρεση

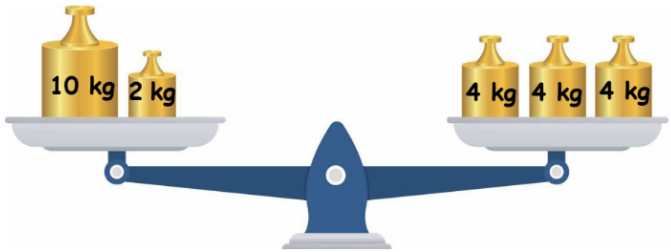


Παράδειγμα Ενότητας

Τα Μαθηματικά και εμείς

Το 1557, ένας Ουαλός μαθηματικός και γιατρός χρησιμοποίησε για πρώτη φορά στην ιστορία των Μαθηματικών το σύμβολο =. Το έκανε, γιατί είχε κουραστεί να γράφει ξανά και ξανά τη φράση «είναι ίσο με». Έτσι, για να δείξει ότι δύο πράγματα έχουν την ίδια αξία, διάλεξε δύο παράλληλες ευθείες γραμμές που έχουν το ίδιο μήκος, γράφοντας σε ένα βιβλίο του ότι "δύο πράγματα δεν μπορούν να είναι πιο ίσα από αυτές τις δύο γραμμές".

Από τότε, το σύμβολο = εκφράζει την έννοια της ισότητας, δηλαδή ότι δύο ποσότητες έχουν ακριβώς την ίδια αξία. Η ζυγαριά που ισορροπεί είναι ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα της ιδέας αυτής. Όπως φαίνεται πιο κάτω, τα βαρίδια στα αριστερά ζυγίζουν όσο τα βαρίδια στα δεξιά, αφού το 10 + 2 είναι ίσο με το 3 × 4.



10 + 2 = 3 × 4

- Να γράψετε δικές σας ισότητες.

ΜΑΘΗΜΑ 1

Διερεύνηση

Σε αυτό το μάθημα θα κατανοήσουμε πώς η έννοια της ισότητας μάς βοηθά να υπολογίζουμε αθροίσματα, αξιοποιώντας την ιδέα ότι είναι δυνατόν να αντικαθιστούμε τους προσθετέους με άλλους ίσης αξίας. Με αυτή την αλλαγή, βρίσκουμε το άθροισμα πιο γρήγορα.

(α) Να μελετήσεις τον πιο κάτω τρόπο υπολογισμού κάθε αθροίσματος.

Πρόσθεση

5 + 3 = 8

Προσθετέοι

Άθροισμα

59 + 44 = (59 + 1) + (44 - 1)
= 60 + 43
= 103

98 + 357 = (98 + 2) + (357 - 2)
= 100 + 355
= 455

567 + 295 = (567 - 5) + (295 + 5)
= 562 + 300
= 862

Τι παρατηρείς; Να γράψεις το συμπέρασμά σου.

(β) Να περιγράψεις τα βήματα που θα ακολουθήσεις, για να υπολογίσεις το άθροισμα 297 + 145, με βάση τον πιο πάνω τρόπο.

Παράδειγμα Ενότητας

Παράδειγμα

Να συμπληρώσεις τον αριθμό που λείπει στην ισότητα, χωρίς να κάνεις τις πράξεις.

$$38 + 27 = 40 + \square$$

Λύση:

$38 + 27 = 40 + 25$

Το 38 έχει αυξηθεί κατά δύο και έγινε 40. Για να παραμείνει το ίδιο το άθροισμα, πρέπει το 27 να μειωθεί κατά δύο και να γίνει 25.

Δραστηριότητες

1. Να υπολογίσεις το άθροισμα.

(α) $58 + 7 =$ _____

(β) $99 + 53 =$ _____

(γ) $38 + 47 =$ _____

(δ) $397 + 56 =$ _____

(ε) $67 + 219 =$ _____

(στ) $199 + 198 =$ _____

(ζ) $695 + 109 =$ _____

2. Να συμπληρώσεις τον αριθμό που λείπει στην ισότητα, χωρίς να κάνεις τις πράξεις.

(α) $19 + 35 = 20 + \square$ (β) $507 + 98 = \square + 100$

(γ) $699 + \square = 700 + 234$ (δ) $\square + 199 = 245 + 200$

3. Να συμπληρώσεις τον αριθμό που λείπει στην ισότητα, χωρίς να κάνεις τις πράξεις.

(α) $102 + 102 + 102 = 103 + 102 + \square$

(β) $102 + 102 + 102 = 103 + 103 + \square$

(γ) $102 + 102 + 102 = 101 + 103 + \square$



Σκέφτομαι

Με βάση όσα έμαθες μέχρι τώρα, να εξηγήσεις γιατί η πιο κάτω ισότητα είναι ορθή.

$$99 + 99 = 200 - 2$$

Παράδειγμα Ενότητας

Πανεπιστήμιο Κύπρου
University of Cyprus

Αφαίρεση
73 - 40 = 33
Μειωτέος — Διαφορά
Αφαιρετέος

ΜΑΘΗΜΑ 2

Διερεύνηση

(α) Να μελετήσεις τις πιο κάτω διαφορές.

45 - 20 = 25		45 - 20 = 25
46 - 21 = 25		44 - 19 = 25
48 - 23 = 25		40 - 15 = 25
50 - 25 = 25		35 - 10 = 25

Να εξηγήσεις, γιατί η διαφορά είναι πάντα ίση με 25. Να γράψεις το συμπέρασμά σου.

(β) Να περιγράψεις τα βήματα που θα ακολουθήσεις, για να υπολογίσεις τη διαφορά 82 - 49, με βάση το συμπέρασμά σου.

Παράδειγμα

Να υπολογίσεις τη διαφορά 300 - 99.

Λύση:

Α' τρόπος

300 - 99 = 301 - 100 = 201

Προσθέτω 1 σε κάθε αριθμό και υπολογίζω τη διαφορά 301 - 100.

Β' τρόπος

300 - 99 = 299 - 98 = 201

Αφαιρώ 1 από κάθε αριθμό και υπολογίζω τη διαφορά 299 - 98.

Δραστηριότητες

1. Να υπολογίσεις τη διαφορά.

(α) 62 - 9 = _____

(β) 91 - 48 = _____

(γ) 87 - 39 = _____

(δ) 673 - 99 = _____

(ε) 502 - 95 = _____

(στ) 400 - 198 = _____

(ζ) 700 - 395 = _____

(η) 900 - 141 = _____

Παράδειγμα Ενότητας



Σκέφτομαι

(α) Να υπολογίσεις το άθροισμα και τη διαφορά με έναν γρήγορο τρόπο.

67 + 29	67 - 29

(β) Πώς διαφέρει ο τρόπος που εργάστηκες στην πρόσθεση σε σχέση με την αφαίρεση;

Παράδειγμα Ενότητας

Σε αυτά τα μαθήματα μελέτησα τρόπους υπολογισμού αθροίσματος και διαφοράς

Υπολογισμός αθροίσματος

595 + 49 = (595 + 5) + (49 - 5) = 600 + 44 = 644

ή

595 + 49 = (595 - 1) + (49 + 1) = 594 + 50 = 644

ή

595 + 49 = 600 + 50 - 6 = 650 - 6 = 644

Υπολογισμός διαφοράς

500 - 297 = (500 + 3) - (297 + 3) = 503 - 300 = 203

ή

500 - 297 = (500 - 1) - (297 - 1) = 499 - 296 = 203

ή

500 - 297 = 500 - 300 + 3 = 200 + 3 = 203

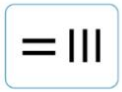
Έμαθα να υπολογίζω αθροίσματα και διαφορές.



Παράδειγμα Ενότητας

Εξερεύνηση

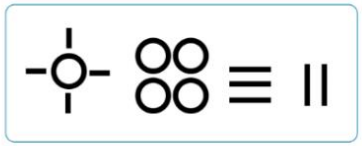
Η Γραμμική Γραφή Β΄ ήταν το σύστημα γραφής και αρίθμησης που χρησιμοποιούσαν οι Μυκηναίοι στην αρχαία Ελλάδα από τον 17ο μέχρι τον 13ο αιώνα π.Χ. Σε αντίθεση με το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης που χρησιμοποιούμε σήμερα, η αναπαράσταση των αριθμών δεν γινόταν με ψηφία, αλλά με ειδικά σύμβολα. Πιο κάτω παρουσιάζονται ορισμένα παραδείγματα.



23



241



1432

(α) Να εξηγήσεις τα σύμβολα που χρησιμοποιούσαν οι Μυκηναίοι, για να αναπαραστήσουν αριθμούς.

(β) Να γράψεις έναν δικό σου αριθμό και να τον αναπαραστήσεις, με βάση τα πιο πάνω σύμβολα.

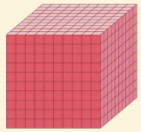
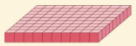


Διερεύνηση



Παρόλο που έχουν περάσει χιλιάδες χρόνια από την εποχή των Μυκηναίων, η βασική ιδέα με την οποία γράφουμε τους αριθμούς παραμένει η ίδια. Σήμερα, όμως, χρησιμοποιούμε έναν πιο γρήγορο τρόπο. Έτσι, με μόνο δέκα ψηφία (0 – 9) γράφουμε οποιονδήποτε αριθμό θέλουμε. Για να το κάνουμε αυτό, χρησιμοποιούμε την **αξία θέσης** των ψηφίων. Η αξία ενός ψηφίου αλλάζει ανάλογα με τη θέση του μέσα στον αριθμό.

Για να καταλάβουμε καλύτερα την αξία της θέσης, χρησιμοποιούμε το υλικό Dienes, το οποίο έχει τέσσερα διαφορετικά κομμάτια και το καθένα δείχνει μια διαφορετική αξία.

Χιλιάδα	Εκατοντάδα	Δεκάδα	Μονάδα
			
1000 10 εκατοντάδες	100 10 δεκάδες	10 10 μονάδες	1

Πιο κάτω παρουσιάζεται ο τετραψήφιος αριθμός **τρεις χιλιάδες τρακόσια τριάντα τρία**.

Χ	Ε	Δ	Μ
3	3	3	3

Να εξηγήσεις πώς αλλάζει η αξία του ψηφίου 3 ανάλογα με τη θέση του στον αριθμό.

Παράδειγμα Ενότητας

Πανεπιστήμιο Κύπρου
University of Cyprus

Παράδειγμα 1

Να διαβάσεις τους πιο κάτω τετραψήφιους αριθμούς.

(α) 3152

(β) 8703

Λύση:

(α) τρεις χιλιάδες εκατόν πενήντα δύο

3 152
τρεις χιλιάδες εκατόν πενήντα δύο

(β) οκτώ χιλιάδες επτακόσια τρία

8 703
οκτώ χιλιάδες επτακόσια τρία

Δραστηριότητες

1. Να διαβάσεις τους πιο κάτω αριθμούς.

(α) 147 (β) 5128 (γ) 9084

(δ) 3504 (ε) 7800 (στ) 5002

2. Να χρησιμοποιήσεις το υλικό Dienes, για να αναπαραστήσεις τους πιο κάτω αριθμούς.

(α) 1371 (β) 2222 (γ) 1056 (δ) 4500

4. Να συμπληρώσεις τον πίνακα, όπως στο παράδειγμα.

Συμβολική μορφή αριθμού	Λεκτική μορφή αριθμού	Αναλυτική μορφή αριθμού
Παράδειγμα: 2567	δύο χιλιάδες πεντακόσια εξήντα επτά	2000 + 500 + 60 + 7
3421		
	χίλια εξακόσια πενήντα	
		6000 + 300 + 10 + 7
4004		
	πέντε χιλιάδες διακόσια δώδεκα	
		7000 + 300

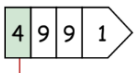
5. Να γράψεις την αξία του ψηφίου στο πράσινο πλαίσιο, όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα:

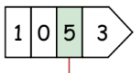


800

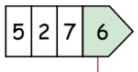
(α)



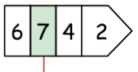
(β)



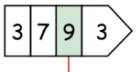
(γ)



(δ)



(ε)



Παράδειγμα Ενότητας

Παράδειγμα 2

Να σχηματίσεις τον αριθμό 2573 με δύο διαφορετικούς τρόπους.

Λύση:

		Χ	Ε	Δ	Μ
Α' τρόπος	2573	2	5	7	3
Β' τρόπος	2573	1	15	7	3

Ένας τρόπος είναι να ανταλλάξω 1 χιλιάδα με 10 εκατοντάδες.
Έτσι, ο αριθμός 2573 σχηματίζεται με:
1 χιλιάδα, 15 εκατοντάδες, 7 δεκάδες και 3 μονάδες.

Δραστηριότητες

1. Να σχηματίσεις κάθε αριθμό με δύο διαφορετικούς τρόπους.

(α) 2382

		Χ	Ε	Δ	Μ
Α' τρόπος	2382				
Β' τρόπος	2382				

(β) 3054

		Χ	Ε	Δ	Μ
Α' τρόπος	3054				
Β' τρόπος	3054				

3. Να βάλεις σε κύκλο τον αριθμό που ταιριάζει στην πιο κάτω περιγραφή.

- Είναι τετραψήφιος περιττός αριθμός.
- Το ψηφίο των χιλιάδων του είναι το 9.
- Το ψηφίο των μονάδων είναι μικρότερο από το 5.
- Έχει 52 δεκάδες.

(α) 9523 (β) 9253 (γ) 9567 (δ) 9526 (ε) 6521

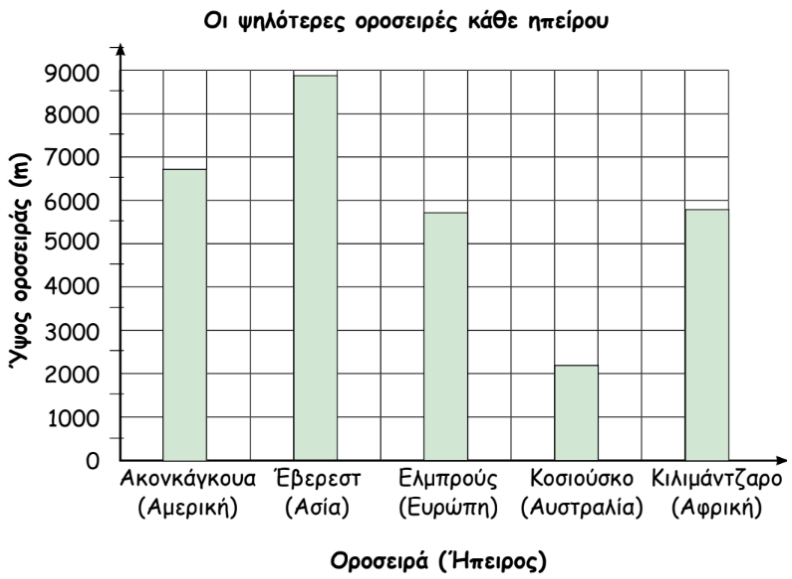
Σκέφτομαι

Να γράψεις τον μικρότερο και τον μεγαλύτερο αριθμό που είναι δυνατόν να σχηματιστεί, χρησιμοποιώντας τα πιο κάτω ψηφία, μία φορά το καθένα σε κάθε αριθμό.

3 6 0 5

Παράδειγμα Ενότητας

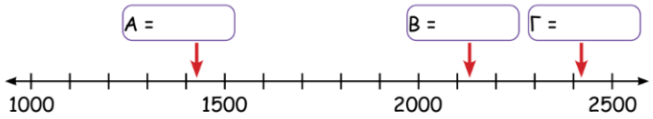
6. Η πιο κάτω γραφική παράσταση παρουσιάζει τις ψηλότερες οροσειρές κάθε ηπείρου.



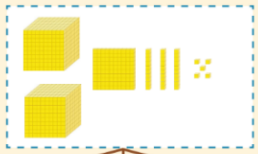
(α) Ποιες οροσειρές έχουν ύψος μεγαλύτερο από 6000 μέτρα;

(β) Ποιες οροσειρές έχουν ύψος μεταξύ 5000 και 6000 μέτρα;

7. Να σημειώσεις τους τετραψήφιους αριθμούς Α, Β και Γ στην πιο κάτω αριθμητική γραμμή, αν γνωρίζεις ότι όλοι περιέχουν τα ψηφία 1, 2, 3 και 4, μία φορά το καθένα.



Σε αυτά τα μαθήματα μελέτησα την αξία θέσης ψηφίου



Συμβολική μορφή:	Λεκτική μορφή:	Αναλυτική μορφή:
2135	δύο χιλιάδες εκατόν τριάντα πέντε	2000 + 100 + 30 + 5

Έμαθα να γράφω, να διαβάζω, να αναλύω, να συγκρίνω και να σειροθετώ τετραψήφιους αριθμούς.



Μικρή Επανάληψη

1. Να υπολογίσεις κατακόρυφα το αποτέλεσμα.

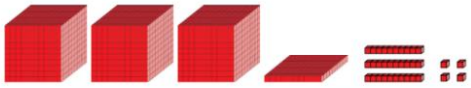
(α) 456 + 87	(β) 453 + 169	(γ) 749 - 87	(δ) 651 - 283

Παράδειγμα Ενότητας

Πανεπιστήμιο Κύπρου
University of Cyprus

Διαμορφωτική Αξιολόγηση

1 Να γράψεις τον αριθμό.

(α) 

(β) 

(γ) 

(δ) 

2 Να βάλεις σε κύκλο την αξία του υπογραμμισμένου ψηφίου σε κάθε περίπτωση.

(α) 8̲48	8000	8	800
(β) 197̲4	700	70	7
(γ) 3̲413	3	300	3000

3 Να συμπληρώσεις με τα σύμβολα < και >.

(α) 321 ___ 3012

(β) 4283 ___ 4238

(γ) 1092 ___ 1920

(δ) 3402 ___ 3399

4 Να συμπληρώσεις τον πίνακα.

	Συμβολική μορφή αριθμού	Λεκτική μορφή αριθμού	Αναλυτική μορφή αριθμού
(α)	8135		
(β)		δύο χιλιάδες εκατόν σαράντα επτά	
(γ)			9000 + 60 + 8

5 Να σχηματίσεις τον αριθμό 6573 με δύο διαφορετικούς τρόπους.

		Χ	Ε	Δ	Μ
Α' τρόπος	6573				
Β' τρόπος	6573				

6 Να σημειώσεις ✔ στις εκφράσεις που εκφράζουν τον αριθμό 3500.

350 δεκάδες ☐	35 μονάδες ☐	35 εκατοντάδες ☐
3500 μονάδες ☐	35 δεκάδες ☐	350 μονάδες ☐

7 Να βρεις τον τετραψήφιο αριθμό που περιγράφει η Μυρτώ.

- Έχει 62 μονάδες.
- Το ψηφίο των εκατοντάδων είναι το μισό του ψηφίου των δεκάδων.
- Το ψηφίο των χιλιάδων είναι τετραπλάσιο από το ψηφίο των μονάδων.



Παράδειγμα Ενότητας

Τα Μαθηματικά και εμείς

Στην καθημερινότητά μας συμβαίνουν μικρά ή μεγάλα απρόοπ
Σε τέτοιες περιπτώσεις χρειάζεται να σκεφτούμε γρήγορα και
χρησιμοποιήσουμε τις γνώσεις και τις εμπειρίες μας, για να καταλάβου
τι συμβαίνει γύρω μας.

- Να σχολιάσεις τους πιο κάτω διαλόγους.



Σε λίγο ...



Διερεύνηση

Για να στρογγυλοποιήσουμε έναν αριθμό, αξιοποιούμε την αξία θέσης ψηφίου που έχουμε μάθει στα προηγούμενα μαθήματα. Η στρογγυλοποίηση γίνεται στην πλησιέστερη δεκάδα, εκατοντάδα ή χιλιάδα.



(α) Να μελετήσεις τη στρογγυλοποίηση αριθμών στην πλησιέστερη δεκάδα, εκατοντάδα και χιλιάδα που παρουσιάζεται στον πιο κάτω πίνακα.

	Στρογγυλοποίηση στην πλησιέστερη		
	Δεκάδα	Εκατοντάδα	Χιλιάδα
32	30	/	/
35	40	/	/
37	40	/	/
421	420	400	/
451	450	500	/
471	470	500	/
1268	1270	1300	1000
1568	1570	1600	2000
1768	1770	1800	2000

(β) Να περιγράψεις τη διαδικασία στρογγυλοποίησης ενός αριθμού στην πλησιέστερη δεκάδα, εκατοντάδα και χιλιάδα. Να γράψεις ένα συμπέρασμα.

Παράδειγμα Ενότητας

Πανεπιστήμιο Κύπρου
University of Cyprus

ΜΑΘΗΜΑ 5

Διερεύνηση

Πιο κάτω παρουσιάζονται δύο τρόποι κατακόρυφου υπολογισμού του αθροίσματος 2436 + 1325.

Α' τρόπος

$$\begin{array}{r} 2436 \\ +\ 1325 \\ \hline 3000 \\ 700 \\ 50 \\ +\ 11 \\ \hline 3761 \end{array}$$

Β' τρόπος

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 2436 \\ +\ 1325 \\ \hline 3761 \end{array}$$

Να περιγράψεις κάθε τρόπο υπολογισμού.

Δραστηριότητες

1. Να υπολογίσεις το άθροισμα.

(α)
$$\begin{array}{r} 4342 \\ +\ 536 \\ \hline \end{array}$$

(β)
$$\begin{array}{r} 1362 \\ +\ 7435 \\ \hline \end{array}$$

(γ)
$$\begin{array}{r} 2475 \\ +\ 316 \\ \hline \end{array}$$

(δ)
$$\begin{array}{r} 5417 \\ +\ 1842 \\ \hline \end{array}$$

(ε)
$$\begin{array}{r} 2809 \\ +\ 435 \\ \hline \end{array}$$

(στ)
$$\begin{array}{r} 4738 \\ +\ 3445 \\ \hline \end{array}$$

2. Να υπολογίσειςκατακόρυφα το άθροισμα.

(α) 5145 + 2032	(β) 345 + 4128
(γ) 5406 + 3729	(δ) 3456 + 5769

Παράδειγμα Ενότητας

ΜΑΘΗΜΑ 6

Διερεύνηση

Η Αλίκη ακολούθησε την πιο κάτω διαδικασία, για να υπολογίσει κατακόρυφα τη διαφορά 4532 - 1324.

1ο βήμα:

$$\begin{array}{r} 4\,5\,3\,2 \\ -\,1\,3\,2\,4 \\ \hline \end{array}$$

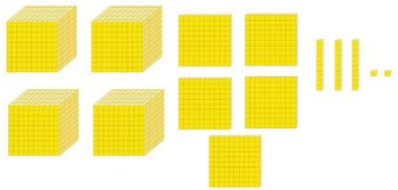
2ο βήμα:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 2\ 12} \\ 4\,5\,\not{3}\,\not{2} \\ -\,1\,3\,2\,4 \\ \hline \end{array}$$

3ο βήμα:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 2\ 12} \\ 4\,5\,\not{3}\,\not{2} \\ -\,1\,3\,2\,4 \\ \hline 3\,2\,0\,8 \end{array}$$

(α) Να αναπαραστήσεις τη διαδικασία που ακολούθησε η Αλίκη, για να υπολογίσει τη διαφορά, χρησιμοποιώντας υλικό Dienes.



(β) Να ακολουθήσεις την πιο πάνω διαδικασία, για να υπολογίσεις τη διαφορά 3849 - 2495.

Επικοινωνία

3. (α) Να υπολογίσεις κατακόρυφα τη διαφορά σε κάθε περίπτωση.

(i)

$$\begin{array}{r} 4\,7\,8\,0 \\ -\,1\,2\,5\,7 \\ \hline \end{array}$$

(ii)

$$\begin{array}{r} 4\,7\,0\,0 \\ -\,1\,2\,5\,7 \\ \hline \end{array}$$

(iii)

$$\begin{array}{r} 4\,0\,0\,0 \\ -\,1\,2\,5\,7 \\ \hline \end{array}$$

(β) Ποιες δυσκολίες αντιμετώπισες; Να εξηγήσεις.

4. Να υπολογίσειςκατακόρυφα τη διαφορά.

(α) 6340 - 837	(β) 8204 - 5353
(γ) 9000 - 3842	(δ) 8001 - 5286

Παράδειγμα Ενότητας

Σκέφτομαι

Ο Θάνος εργάστηκε όπως φαίνεται πιο κάτω, για να υπολογίσει τη διαφορά 4000 - 1238.

$$\begin{array}{r} 4\,0\,0\,0 \\ -\,1\,2\,3\,8 \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 3\,9\,9\,9 \\ -\,1\,2\,3\,7 \\ \hline 2\,7\,6\,2 \end{array}$$

Άρα, 4000 - 1238 = 2762

(α) Με βάση τα όσα έμαθες μέχρι τώρα, να εξηγήσεις γιατί ο τρόπος με τον οποίο εργάστηκε ο Θάνος είναι ορθός.

(β) Να γράψεις μια δική σου διαφορά και να την υπολογίσεις με τον τρόπο αυτό.

5. (α) Να επιλύσεις το πιο κάτω πρόβλημα.

Επικοινωνία

Σε μια έρευνα ακροαματικότητας, ο αριθμός των ατόμων που προτίμησαν τον σταθμό «Μελωδία» ήταν 5006. Τα άτομα που προτίμησαν τον σταθμό «Ήχος» ήταν 3574. Πόσα περισσότερα άτομα προτίμησαν τον σταθμό «Μελωδία»;

(β) Να εξηγήσεις με ποιον τρόπο είναι δυνατό να επαληθεύσεις την απάντησή σου.

Σε αυτό το μάθημα μελέτησα τον κατακόρυφο υπολογισμό αθροίσματος και διαφοράς

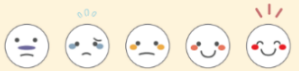
3258 + 2591 = ☐

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 3\,2\,5\,8 \\ +\,2\,5\,9\,1 \\ \hline 5\,8\,4\,9 \end{array}$$

7236 - 3871 = ☐

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 11} \\ {\scriptstyle 6\ \not{1}\ 13} \\ \not{7}\ \not{2}\ \not{3}\ 6 \\ -\,3\,8\,7\,1 \\ \hline 3\,3\,6\,5 \end{array}$$

Έμαθα να εκτιμώ και να υπολογίζω κατακόρυφα αθροίσματα και διαφορές.



Μικρή Επανάληψη

1. (α) Να υπολογίσεις το γινόμενο.

(i) 3 × 4 = ____ (ii) 5 × 8 = ____ (iii) 9 × 7 = ____

(iv) 10 × 7 = ____ (v) 8 × 4 = ____ (vi) 6 × 5 = ____

(β) Να υπολογίσεις το πηλίκο.

(i) 24 ÷ 6 = ____ (ii) 50 ÷ 5 = ____ (iii) 48 ÷ 8 = ____

(iv) 45 ÷ 9 = ____ (v) 36 ÷ 4 = ____ (vi) 42 ÷ 7 = ____

(γ) Να συμπληρώσεις τον αριθμό που λείπει σε κάθε μαθηματική πρόταση.

(i) 4 × ____ = 32 (ii) ____ × 3 = 24 (iii) ____ × 6 = 54

(iv) 63 ÷ ____ = 9 (v) ____ ÷ 8 = 8 (vi) ____ ÷ 5 = 6

Παράδειγμα Ενότητας

Πανεπιστήμιο Κύπρου
University of Cyprus

Διαμορφωτική Αξιολόγηση

1 Να υπολογίσεις κατακόρυφα το αποτέλεσμα.

(α) 3219 + 2422	(β) 5678 + 1254
(γ) 4563 - 3219	(δ) 7000 - 4356

2 Ο Ευγένιος συγκέντρωσε 3281 βαθμούς στον πρώτο γύρο ε
ηλεκτρονικού παιχνιδιού. Στον δεύτερο γύρο συγκέντρωσε 14
βαθμούς λιγότερους από τον πρώτο γύρο. Πόσους βαθμ
συγκέντρωσε ο Ευγένιος και στους δύο γύρους του παιχνιδιού;

Μαθηματική πρόταση: _____

Απάντηση: _____

3 Να υπολογίσεις κατακόρυφα το αποτέλεσμα.

(α)

$$\begin{array}{r} 4\square39 \\ +\ 1622\square \\ \hline 6464 \end{array}$$

(β)

$$\begin{array}{r} 5\square84 \\ -\ 162\square \\ \hline 3558 \end{array}$$

Επίλυση και κατασκευή προβλήματος

Να επιλέξεις την ερώτηση που ταιριάζει στη μαθηματική πρόταση σε κάθε περίπτωση.

(α) Ένας πωλητής αγόρασε ένα μεταχειρισμένο αυτοκίνητο στην τιμή των €7300 και μία μοτοσυκλέτα στην τιμή των €1200.

(i) Πόσα πλήρωσε για τα δύο οχήματα;
(ii) Πόσα περισσότερα στοίχισε το αυτοκίνητο από τη μοτοσυκλέτα;

Μαθηματική πρόταση: 7300 + 1200 = ☐



(β) Ένας ελαιοπαραγωγός πώλησε τον Νοέμβριο 2100 L λάδι και τον Δεκέμβριο 1050 L λάδι.

(i) Πόσα λίτρα λάδι πώλησε και τους δύο μήνες μαζί;
(ii) Πόσα λιγότερα λίτρα λάδι πώλησε τον Δεκέμβριο από τον Νοέμβριο;

Μαθηματική πρόταση: 2100 - 1050 = ☐



Παράδειγμα Ενότητας

Επιπρόσθετες Δραστηριότητες

Υπολογισμός αθροίσματος και διαφοράς

1 Να υπολογίσεις το αποτέλεσμα.

Α.

(α) 125 + 99= _____

(β) 678 + 398 = _____

(γ) 746 + 119= _____

Β.

(α) 156 - 97 = _____

(β) 834 - 199 = _____

(γ) 700 - 589 = _____

2 Να βάλεις σε κύκλο την ισότητα που δεν είναι ορθή, και να τη διορθώσεις.

Επικοινωνία

Α. 194 - 49 = 195 - 50

Β. 194 - 49 = 190 - 45

Γ. 194 - 49 = 193 - 50

Δ. 194 - 49 = 200 - 50 - 5

3 Να συμπληρώσεις τον αριθμό που λείπει σε κάθε ισότητα, χωρίς να κάνεις τις πράξεις.

(α) 97 + 99 + ☐ = 100 + 100 + 45

(β) 298 + 305 - 99 = 300 + ☐ - 100

11 (α) Να χρησιμοποιήσεις τα ψηφία, μία φορά το καθένα σε κάθε αριθμό, για να κατασκευάσεις αριθμούς που να είναι μεγαλύτεροι από το 7000 και μικρότεροι από το 8000.

3 7 8 9

(β) Να βάλεις τους αριθμούς που βρήκες σε σειρά, αρχίζοντας από τον μικρότερο αριθμό.

12 Να χρησιμοποιήσεις τα ψηφία 1 μέχρι 9, μία φορά το καθένα, για να συμπληρώσεις τους αριθμούς που είναι σημειωμένοι στην αριθμητική γραμμή.

1 2 3 4 5 6 7 8 9

